جدولة الحدث في محاكاة انظمة الحوادث المتقطعة مع التجريب على نظم صفوف الانتظار

عدي عبدالرحمن العبيدي — مدرس

عزة حازم زكي — مدرس

قسم الاحصاء والمعلوماتية/ كلية علوم الحاسبات والرياضيات

الملخص

تمتلك نظرية صفوف الانتظار (الطوابير) Queuing Theory وغيرها من انظمة الحوادث المتقطعة والمستمرة جمالية نظرية الا ان كثرة الافتراضات التي تستند عليها تؤدي الى جعل النموذج عبارة عن ممثل غير دقيق للحالة الواقعية. كما ان مشاكل صفوف الانتظار هي من اكثر المشاكل العملية التي تتطلب المحاكاة لتحليلها. لهذا كان الهدف من هذا البحث عمل جدولة للحدث في محاكاة انظمة الحوادث المتقطعة وحساب وقت المحاكاة مع التجريب على نظام صف انتظار بسيط ومتعدد وتنفيذها باستخدام البرنامج الجاهز MATLAB (V.7.0) .

Event Scheduling in Simulation of Discrete Event Systems with Applying of Queuing Systems.

Abstract

Queuing theory and other of discrete and continuous event systems have theory aesthetic but the more assumptions which indepent these theories are not accurate comparing with real situation, also the queue problem is one of most scientific problem that requires simulation to analysis it. Because of that the gool of this research is to design event scheduling for simulation of discrete event systems and according to simulation time with applying to simple and multiple queuing using MATLAB program (V.7.0)

(1-1) المقدمة:

ان للمحاكاة Simulation مفاهيم متعددة ولكنها تؤدي الى هدف واحد حيث تعرف المحاكاة بانها اسلوب رياضي لمعالجة المعضلات وتنفيذها في الحاسب الالكتروني والتي تتداخل فيها انواعا معينة من العلاقات الرياضية والمنطقية الضرورية لوصف سلوك وهيئة نظام لعالم حقيقي معقد ولفترات زمنية طويلة.

ان المحاكاة عبارة عن امتداد طبيعي ومنطقي للنماذج الرياضية والتحليلية في بحوث العمليات، ويعد اسلوب المحاكاة لغة العصر لانه يساعد الباحثين في الدراسة. فالمحاكاة تشبه مختبر الباحثين حيث يقوم الباحث بتوليد بيانات (مشاهدات) بعد تصميم وبناء نموذج المحاكاة لدراسة ظاهرة معينة، فهي مفيدة جدا في حالة عدم توفر البيانات المطلوبة او استحالة الحصول عليها او تكون مكلفة، حيث يمكن الحصول على بيانات قريبة من الواقع قيد الدراسة (العبيدي،2000).

ويعد نموذج المحاكاة Simulation Model نموذجا وصفيا Descriptive Model اكثر من كونه امثلية Optimization Model اي ان نموذج المحاكاة يوفر اجابات لاسئلة من نوع ماذا لو؟ (what if) بحيث تستخدم لاجل التعرف على عواقب بدائل القرار الاستراتيجية والتكتيكية (علم الدين، 1999).

وفي حالة تضمن نموذج المحاكاة على عملية سحب عينة عشوائية Random Sample من توزيع احتمالي فان الاسلوب يسمى بمحلاكاة مونت كارلو Monte-Carlo Simulation ومنذ استخدام المحاكاة من قبل Vonvenuman and Ulam لدراسة سلوك النيترونات خلال الانشطار الذري فقد اصبحت المحاكاة في الوقت الحاضر اسلوبا رائجا ووجدت لها العديد من التطبيقات في شتى المجالات وهي تعتبر في الوقت الحاضر من اساليب بحوث العمليات الفعالة والمفيدة. ففي معظم الحالات لا يمكن التجريب على النظام الحقيقي، وحتى لو امكن ذلك فانه سيكون مكلفا وخطرا.

فالمحاكاة اسلوب يرغب فيه العديد من الباحثين لانها تحاكي ما يحدث في النظام الحقيقي او الانظمة في طور التصميم ولقد تعددت استخداماتها في مختلف اشكال العلم والتقنية، فقد استخدمت بشكل واسع في العمليات الصناعية وبضمنها تصميم نماذج صفوف الانتظار Queues (Taha, 2007).

وكمؤشر اخر على الفائدة العملية الكبيرة للمحاكاة يلاحظ ان المحاكاة هي الاسلوب المستخدم في معظم البحوث الفائزة بالجائزة الاولى بالمسابقة السنوية لمؤسسة علم الادارة (The Institute of MS) والمخصصة لافضل بحث تطبيقي.

(1-2) المحاكاة الديناميكية Dynamic Simulation

ان تطبيق المحاكاة على انواع متعددة من المنظومات واستخدام انواع مختلفة من الدراسات ادى الى تنوع وتفرع المحاكاة الى انواع منها المحاكاة الديناميكية (Dynamic Simulation) المحاكاة التي يكون فيها التفاعل بين الحوادث وبمرور الزمن جزءاً من المحاكاة وتقسم الى :

(1-2-1) محاكاة الحادثة المتقطعة Discrete Event Simulation

وهي محاكاة الانظمة التي تحصل فيها الحوادث في نقاط زمنية متقطعة وليس بشكل فتروي، ومن ثم فان التغير في حالة هذه الانظمة يحصل ايضا في نقاط زمنية متقطعة.

(1-2-2) محاكاة الحادثة المستمرة Continuous Event Simulation

وهي محاكاة الانظمة التي تحصل فيها الحوادث بصورة مستمرة (بصورة فترات زمنية)، ومن ثم فان التغير في حالة هذه الانظمة يحصل ايضا بصورة مستمرة (بصيغة فترات زمنية). ولابد من الاشارة الى ان محاكاة الحادثة المتقطعة هي المستخدمة في الغالبية العظمى من دراسات المحاكاة في بحوث العمليات. (الشمري والزبيدي، 2007)

(1-3) منهجية المحاكاة

ان تطبيق المحاكاة على انواع متعددة من المنظومات واستخدام انواع مختلفة من الدراسات يؤدي الى حصول عدة متغيرات باسلوب اجراء دراسة المحاكاة، ويمكن تحديد الخطوات الاساسية في منهجية استخدام المحاكاة كما ياتي:

(1-3-1) تعريف المشكلة وتخطيط الدراسة

يجب ان تكون هناك فعلا مشكلة تتطلب دراستها باسلوب المحاكاة والهدف من دراسات المشكلة (الاسئلة المطلوب توفير اجابة عنها) واضحا ودقيقا ومحددا ويمكن قياسه.
ومن ثم لابد من تقدير العمل والوقت اللازمين لانجاز الدراسة اذ تقوم الخطة بالسيطرة على تقدم العمل ومنع الدراسة من الوقوع في الخطأ من خلال التركيز على وجه واحد للمشكلة على حساب بقية وجوه المشكلة (Christor, 1993) .

(1-3-2) بناء نموذج المحاكاة

واحدة من اهم الخطوات في منهجية المحاكاة اذ ان جميع الخطوات اللاحقة تعتمد على نموذج المحاكاة التي يجري تصميمه وبناءه. وتشير المصادر الى ان الخطوات الاولى في تصميم وبناء نموذج المحاكاة هي التحديد الدقيق للمتغيرات التي تصف النظام ومخرجاته حيث تصنف المتغيرات الى:

1- المتغيرات الخارجية Exogenous Variables

والتي تكون خارجية بالنسبة للنموذج ومستقلة عنه، وتدعى ايضا بمتغيرات الادخال Input variables

2- **المتغيرات الداخلية**

هي المتغيرات التي تكون داخلية بالنسبة للنموذج وتكون عبارة عن دالة للمتغيرات الخارجية وهيكل النموذج، ويطلق عليها في بعض الاحيان بمتغيرات الاخراج Output variables

(1-3-3) معايير الكفاءة

هي التي تؤكد الوجوه المهمة للنظام ويؤدي تحليلها الى الخروج بتوصيات تتعلق بتصميم الحالة قيد الدراسة ففي نظام صف الانتظار تعد معايير الكفاءة الاتية اساسية

- العدد المتوقع للزبائن في النظام Ls
- العدد المتوقع للزبائن في صف الانتظار Lq
- الزمن المتوقع للزبائن في النظام Ws
- الزمن المتوقع للزبائن في صف الانتظار Wq

(4-1) محاكاة نظام صف الانتظار

هناك بعض قياسات الاداء الشائعة في دراسة نظام المحاكاة النموذجي المبني على نظام توقيتات الحدث ولنفترض باننا بدانا محاكاة في الوقت (صفر) مع صف انتظار فارغ ولنفترض باننا خططنا بان تنتهي المحاكاة بعد N من الزبائن مع العلم ان N قد حدد سابقاً.

وقبل البدء لنفترض ان احدهم سال كم من الوقت سيكفي لخدمة N من الزبائن على اساس ان صف الانتظار خالي من البداية، والجواب المناسب هو بالاعتماد على الاوقات بين وصول واخر وعلى اوقات الخدمة. باختصار لا يوجد جواب محدد يمكن ان يعطى، اذ ان الكمية في الواقع هي متغيرات عشوائية. (النعيمي، واخرون، 1999).

لنفترض اننا ننفذ محاكاة واحدة تنتهي بعد ان يتم خدمة N من الزبائن ويتم مراقبة وقت الانتهاء او الانجاز لكي تصبح TN تشكل احجية للاجابة عن السؤال السابق بشكل عام، نفرض ان المحاكاة ترتب لتقدير قياسات الاداء الاتية(Winston, 1994):

1- معدل وقت النظام المتوقع Expected Average System Time

$$\hat{S}_N = \frac{1}{N}\sum_{K=}^{N} S_K \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1)$$

2- احتمالية بان اوقات النظام للزبون تجاوزت الوقت المسموح به

$$\hat{P}_N^D = \frac{nN}{N} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (2)$$

nN= عدد الزبائن عندما يتجاوز وقت النظام D

3- منفعة قناة الخدمة او مقدم الخدمة

$$\hat{P}_N = 1 - \frac{T_{(o)}}{T_N} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (3)$$

T(i)= مجموع وقت المشاهدة خلال كون طول صف الانتظار هو i

4- متوسط طول صف الانتظار (L_q)

$$\hat{Q}_N = \frac{1}{T}\sum_{i=0}^{\infty} iT_{(i)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (4)$$

الجانب التجريبي

كمثال لتوضيح جدولة الحدث في محاكاة صف انتظار نحاكي نظام N=5 من المعـــروف ان هناك حدثين هما وصول ومغادرة الزبائن وعلى هذا الاساس ســيتم توليــد متغيــرات عــشوائية للاوقات بين وصول واخر ووقت الخدمة مبنية على اساس توزيـــع احتمـــالي خـــاص، وتحـــدد المتغيرات العشوائية الاتية:

1- اوقات الوصول البيني او الوقت بين وصول واخر

$Y_1=0.4,\ y_2=0.3,\ y_3=0.4,\ y_4=1.7, y_5=0.6,\ y_6=1.2,\ y_7=1.4,\ y_8=0.3$

2- اوقات الخدمة:

قناة الخدمة (1) : $z_{11}=2.2,\ z_{12}=0.5,\ z_{13}=1.7$

قناة الخدمة (2) : $z_{21}=0.3, z_{22}=1.3,\ z_{23}=1.7$,

الحالة الاولى : t=0 نقطة بداية ويكون الوقت =0.0، الحالة =0، وفي هذه الحالة الحدث الوحيـــد المتوقع هو الوصول، نحتاج الى عينة من توزيع الاوقات بين وصول واخر وهذا يجهز من قبـــل مولد المتغير العشوائي $y_1=0.4$ حيث الوصول مجدول للزمن 0.4.

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
0	0

قائمة جدول الحدث	
وصول الزبون الاول	0.4

Y1=0.4

بالاضافة الى ذلك نبتدأ بهيكلية كل المعطيات المطلوبة لاغراض التخمين وكما ياتي:

قوائم وقت الوصول ووقت النظام للزبائن الستة واذ لايوجد معطيات متوفرة

اوقات الوصول	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات النظام	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(0)}$	0.0
$T_{(1)}$	0.0
$T_{(2)}$	0.0
$T_{(3)}$	0.0
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=0

الحالة الثانية: $t=0.4$ الزبون الاول وصل، نضع الوقت 0.4 والحالة 1 حيث ان طول الصف ازداد بمقدار واحد للوصول وتم رفعه من مخطط قائمة الحدث وفي هذه الحالة الجديدة بالامكان القيام بكل من حالتي الوصول والمغادرة، على هذا الاساس يقوم المولد بتجهيز اوقات وصول بينية جديدة $y2=0.3$ ووقت الخدمة $z_{21}=0.3$ حيث ان الوقت الجاري هو 0.4 والوصول الجاري هو 0.4 الوصول جدول على اساس الوقت (0.7=0.3+0.4) والمغادرة (0.7=0.3+0.4) والزوجين الوصول والمغادرة قد ادخلا في مخطط قائمة الحدث بموجب ترتيب جديد.

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
0.4	1

قائمة جدول الحدث	
وصول الزبون الثاني	0.7
مغادرة الزبون الاول	0.7

$Y_2=0.3$

$Z_{21}=0.3$

ونؤرخ كل البيانات المستخدمة، ونسجل وقت الوصول لاول زبون وهذه الخطوة ستساعد مستقبلا في تقييم وقت النظام للزبون، كما قمنا بتحديث $T(o)$ التي تساوي (0.4-0.0) اذ انقضى الوقت عندما طول صف الانتظار كان مساوياً للصفر

اوقات الوصول	
1	0.4
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات النظام	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.0
$T_{(2)}$	0.0
$T_{(3)}$	0.0
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=0

الحالة الثالثة: $t=0.4+0.3=0.7$ الزبون الثاني وصل، نضع الوقت=0.7 والحالة 1 حدث المغادرة مازال قائما لذلك نتركه ضمن القائمة مولد المتغير العشوائي استحضر بتجهيز وقت وصول بيني جديد $Y3=0.4$ حيث ان الوقت الجاري هو 0.7 هذا الوصول جدول على اساس $0.7+0.4=1.1$ ولهذا الزوج الوصول 1.1 قد اضيف الى قائمة جدول الحدث.

الوقت	الحالة
0.7	1

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الاول	0.7
وصول الزبون الثالث	1.1

مولد المتغير العشوائي

$Y3=0.4$

كما يمكننا ان نجمع معطيات اكثر لخصائص التقدير، ونسجل وقت الوصول للزبون الثاني 0.7 ونحدث $T(1)$ اذ ان $T(1)=0.3$ والناتجة من $0.7-0.3$ اذ ان (0.3) انقضت عندما كان طول صف الانتظار (1)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	
4	
5	
6	

اوقات النظام	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(0)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.0
$T_{(3)}$	0.0
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

$nN=0$

الحالةالرابعة

T=0.7 مغادرة الزبون الاول، بالقاء نظرة على قائمة جدولة الحدث من الحوادث السابقة التي وقعت، نرى الان بان الحدث القادم هو مغادرة نضع الوقت=0.7 والحالة 2 اذ ان طول صف الانتظار ازداد بمقدار (1). المغادرة انتقلت (تغيرت) من قائمة جدولة الحدث وفي الحالة الجديدة \احدث المغادرة لازال مستمرا، على هذا الاساس سوف يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت خدمة جديدة Z11=2.2 حيث ان الوقت الجاري هو 0.7، هذه المغادرة جدولة من الوقت 2.9=2.2+0.7 ولهذا فان المغادرة (2.9) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث والقائمة سجلت تكرارا:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
0.7	2

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الاول	1.1
وصول الزبون الثالث	2.9

$Z_{11}=2.2$

نحن الان في موقع لتسجيل وقت لنظام للزبون الاول، اذ ان مغادرة هذا الزبون تكون في (0.7) وكنا قد خزنا وقت وصوله (0.4) وقت النظام اعطي بمغادرة الزبون الاول ويطرح من وصول الزبون الاول 0.7-0.4 وتكون النتيجة 0.3 خزنت في قائمة اوقات النظام، ويمكن ان نحدث nN اذ ان خط النهاية الوقت المسموح به D اعطي ليكون (0.7) ونرى بان وقت النظام للزبون الاول يكون تحت هذه القيمة وان nN=0 يبقى بدون تغيير

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	
4	
5	
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.0
$T_{(3)}$	0.0
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=0

الحالة الخامسة

T=1.1 الزبون الثالث وصل، نضع الوقت= 1.1 والحالة =2 تبقى نفسها من قائمة جدولة الحدث، لكن حدث المغادرة يبقى قائما اثناء الحالة الجديدة، ونترك هذا الحدث من القائمة، وبالتالي يجهز مولد المتغير العشوائي لكب نحصل على وقت وصول بيني (او الوقت بين وصول واخر) جديدة $Y_4=0.9$ حيث ان الوقت الجاري هو 1.1، الوصول التالي جدول للوقت 1.1+0.9=2.0 حيث ان الزوج (الوصول 2.0) اضيف الى قائمة جدولة الحدث، القائمة سجلت ولان :

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
1.1	2

قائمة جدولة الحدث	
وصول الزبون الرابع	2.8
مغادرة الزبون الثاني	2.9

$Y_4=1.7$

كما يمكننا جمع معطيات اكثر لخصائص التقدير، ونسجل الوصول للزبون الثالث ونحدث $T_{(2)}$ حيث ان $T_{(2)}=0.4$ والناتجة من 1.1-0.7 حيث ان 0.4 انقضى عندما كان طول صف الانتظار (1)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	
5	
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	0.0
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=0

الحالة السادسة

T=2.8 الزبون الرابع وصل، هذا الحدث في جدولة الزمن من قائمة جدولة الحدث نضع الوقت2.8 والحالة =2 تبقى نفسها الوصول انتقل من مخطط قائمة الحدث في هذه الحالة الجديدة، حدث المغادرة لازال قائما، لذلك يترك ضمن قائمة مولد المتغير العشوائي استحضر بتجهيز وقت وصول بيني جديد $Y_5=0.6$ حيث ان الوقت الجاري هو 2.8 هذا الوصول جدول على اساس 2.8+0.6=3.4 ولهذا الزوج (الوصول 3.4) قد اضيف الى قائمة جدولة الحدث وكما ياتي:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
2.8	2

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الثاني	2.8
وصول الزبون الخامس	2.9

$Y_5=0.6$

بالاضافة الى ذلك نقوم بتسجيل وقت الوصول للزبون الرابع، ونستحدث $T_{(3)}$ حيث ان $T_{(3)}=1.3$ والناتجة من 2.8-1.5 انقضت عندما كان طول صف الانتظار (2)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=0

الحالة السابعة

T=2.9 مغادرة الزبون الثاني، بالقاء نظرة على قائمة جدولة الحدث من الحوادث السابقة التي وقعت، نرى بان الحدث القادم هو مغادرة نضع الوقت=2.9 والحالة 3 اذ ان طول صف الانتظار ازداد بمقدار (1). المغادرة انتقلت (تغيرت) من قائمة جدولة الحدث وفي الحالة الجديدة \احدث المغادرة لازال مستمرا، على هذا الاساس سوف يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت خدمة جديدة $Z_{12}=2.9$ حيث ان الوقت الجاري هو 2.9، هذه المغادرة جدولة من الوقت 2.9+0.5=3.4 ولهذا الزوج (المغادرة 3.4) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث والقائمة سجلت تكرارا:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
2.9	3

قائمة جدول الحدث	
وصول الزبون الخامس	3.4
مغادرة الزبون الثالث	3.4

$Z_{12}=0.5$

الان نستطيع ان نسجل وقت النظام للزبون الثاني، اذ ان مغادرة هذا الزبون تكون في (2.9) وكنا قد خزنا وقت وصوله (0.3) وقت النظام اعطي ب 2.9-0.3 والنتيجة 2.6 خزنت في قائمة اوقات النظام، وربما نحتاج ان نحدث حساب الزبائن الذين وقت النظام لديهم يزداد عن الوقت المسموح به D ولهذا نجدد nN=1 ، اخيرا فان 0.1 والناتجة من 2.9-2.8=0.1 اسقطت عندما كان طول صف الانتظار (2) ونجدد $T_{(1)}$ الى 0.7+0.1=0.8 اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	0.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=1

الحالة الثامنة

T=3.4 وصول الزبون الخامس، جدولة الحدث التالي هو الوصول، نضع الوقت=3.4 والحالة =3 تبقى نفسها الوصول ينتقل (يتغير) من قائمة جدولة (الحدث) وبالتالي يبقى قائما اثناء الحالة الجديدة ونترك هذا الحدث من القائمة، وبالتالي يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت وصول بيني جديد $Y_6=1.2$ حيث ان الوقت الجاري هو 3.4، الوصول التالي جدول للوقت 3.4+1.2=4.6 حيث ان الزوج (الوصول 4.6) اضيف الى قائمة جدولة الحدث القائمة سجلت لدينا والان:

الحالة	الوقت
3	3.4

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الثالث	2.8
وصول الزبون السادس	2.9

مولد المتغير العشوائي

$Y_6=1.2$

بالاضافة الى ذلك نقوم بتسجيل وقت الوصول للزبون الخامس، ونستحدث $T_{(4)}$ حيث ان $T_{(4)}=1.0$ والناتجة من 3.4-2.4 انقضت عندما كان طول صف الانتظار (3)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=1

الحالة التاسعة

T=3.4 مغادرة الزبون الثالث، بالقاء نظرة على قائمة جدولة الحدث من الحوادث السابقة التي وقعت، نرى بان الحدث القادم هو مغادرة نضع الوقت=3.4 والحالة =4 اذ ان طول صف الانتظار ازداد بمقدار (1). المغادرة انتقلت (تغيرت) من قائمة جدولة الحدث وفي الحالة الجديدة حدث المغادرة لازال مستمرا، على هذا الاساس سوف يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت خدمة جديدة $Z_{22}=1.3$ حيث ان الوقت الجاري هو 3.4، هذه المغادرة جدولة من الوقت 3.4+1.3=4.7 ولهذا الزوج (المغادرة 4.7) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث والقائمة سجلت تكرارا:

الحالة	الوقت
4	3.4

قائمة جدول الحدث	
3.4	وصول الزبون السادس
3.4	مغادرة الزبون الرابع

مولد المتغير العشوائي

$Z_{22}=1.3$

الان نستطيع ان نسجل وقت النظام للزبون الثالث المعطى بـــ 3.4-0.4 والنتيجة 3.0 خزنت في قائمة اوقات النظام، وحيث ان 0.3>D=0.7 ولهذا نجد nN=2 ، اخيرا فان 0.0 اسقطت عندما كان طول صف الانتظار (3) ونجدد $T_{(2)}$ الى 0.4+0.0=0.4

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(0)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	0.0

nN=2

الحالة العاشرة

T=4.6 وصول الزبون السادس، جدولة الحدث التالي هو الوصول، نضع الوقت=4.6 والحالة =4 تبقى نفسها الوصول ينتقل (يتغير) من قائمة جدولة (الحدث) ولكن حدث المغادرة يبقى قائما اثناء الحالة الجديدة ونترك هذا الحدث من القائمة، وبالتالي يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت وصول بيني جديد $Y_7=1.4$ حيث ان الوقت الجاري هو 4.6، الوصول التالي جدول للوقت 4.6+1.4=6.0 حيث ان الزوج (الوصول 6.0) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث القائمة سجلت والان لدينا:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
4.6	4

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الرابع	4.7
وصول الزبون السبع	6.0

$Y_7=1.4$

بالاضافة الى ذلك نقوم بتسجيل وقت الوصول للزبون الخامس، ونستحدث $T_{(5)}$ حيث ان 1.2 والناتجة من 4.6-3.4 انقضت عندما كان طول صف الانتظار (4)

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	1.2

nN=2

الحالة الحادية عشر

T=4.7 مغادرة الزبون الرابع، بالقاء نظرة على قائمة جدولة الحدث من الحوادث السابقة التي وقعت، نرى بان الحدث القادم هو مغادرة نضع الوقت=4.7 والحالة =5 اذ ان طول صف الانتظار ازداد بمقدار (1). المغادرة انتقلت (تغيرت) من قائمة جدولة الحدث وفي الحالة الجديدة حدث المغادرة لازال مستمرا، على هذا الاساس سوف يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت خدمة جديدة 4.7+1.7=6.4 ولهذا الزوج (المغادرة 6.4) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث والقائمة سجلت تكرارا:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
4.7	5

قائمة جدول الحدث	
وصول الزبون السابع	6.0
مغادرة الزبون الخامس	6.4

$Z_{13}=1.7$

الان نستطيع ان نسجل وقت النظام للزبون الثالث المعطى بـــ 4.7-1.7 والنتيجة 3.0 تخزن في قائمة اوقات النظام، وحيث ان 0.3>D=0.7 ولهذا نجد nN=2 ، نحتاج ان نحدث حساب الزبائن الذين وقت النظام لديهم يزداد عن المسموح به D ولهذا نجد nN=3 اخيرا فان 0.1 اسقطت عندما كان طول صف الانتظار (4) ونجدد $T_{(3)}$ الى 1.3+0.1=1.4

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	3.0
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.3
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	1.2

nN=3

الحالة الثانية عشر

T=6.0 وصول الزبون السابع، جدولة الحدث التالي هو الوصول، نضع الوقت=6.0 والحالة =5 اذ ان الوصول ينتقل (يتغير) من قائمة جدولة (الحدث) ولكن حدث المغادرة يبقى قائما اثناء الحالة الجديدة ونترك هذا الحدث من القائمة، وبالتالي يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت وصول بيني جديد $Y_8=0.3$ حيث ان الوقت الجاري هو 6.0، الوصول التالي جدول للوقت 6.3=0.3+6.0 حيث ان الزوج (الوصول 6.3) اضيفت الى قائمة جدولة الحدث القائمة سجلت والان لدينا:

الوقت	الحالة
6.0	5

قائمة جدول الحدث	
4.7	وصول الزبون الثامن
6.0	مغادرة الزبون الخامس

مولد المتغير العشوائي

$Y_8=0.3$

بالامكان تسجيل وقت الوصول للزبون السابع في هذه النقطة، لكن نموذج المحاكاة هنا يهتم بالزبائن الست الاولى فقط، على اي حال نستحدث $T_{(2)}$ حيث ان 1.7=1.3+0.4 :

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	3.0
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	1.7
$T_{(3)}$	1.4
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	1.2

nN=3

الحالة الثالثة عشر

T=6.3 وصول الزبون الثامن، جدولة الحدث التالي هو الوصول، نضع الوقت=6.3 والحالة =5 الوصول ينتقل (يتغير) من قائمة جدولة (الحدث) ولكن حدث المغادرة يبقى قائما اثناء الحالة الجديدة ونترك هذا الحدث من القائمة، وبالتالي يجهز مولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت وصول بيني جديد $Y_9=1.7$ حيث ان الوقت الجاري هو 6.3، الوصول التالي جدول للوقت 6.3+1.7=8.0 حيث ان الزوج (الوصول 8.0) اضيف الى قائمة جدولة الحدث القائمة سجلت والان لدينا:

مولد المتغير العشوائي

الوقت	الحالة
6.3	5

قائمة جدول الحدث	
مغادرة الزبون الخامس	6.4
وصول الزبون التاسع	6.0

$Y_9=1.7$

بالامكان تسجيل وقت الوصول للزبون السابع في هذه النقطة، لكن نموذج المحاكاة هنا يهتم بالزبائن الست الاولى فقط، على اي حال نستحدث $T_{(1)}$ حيث ان 0.3+0.3=0.6 :

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	3.0
5	
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.6
$T_{(2)}$	1.7
$T_{(3)}$	1.4
$T_{(4)}$	1.0
$T_{(5)}$	1.2

nN=3

الحالة الرابعة عشر

T=6.4 مغادرة الزبون الخامس، جدولة الحدث التالي هو مغادرة نضع الوقت=6.4 والحالة =6 اذ ان طول صف الانتظار ازداد بمقدار (1). المغادرة انتقلت (تغيرت) من قائمة جدولة الحدث وفي الحالة الجديدة حدث المغادرة لازال مستمرا، لهذا قمنا بالاستعانة بمولد المتغير العشوائي لكي نحصل على وقت خدمة جديد $Z_{23}=1.3$ اذ ان الوقت الجاري هو 6.4 المغادرة جدولة الوقت 6.4+1.7=8.1 اضيف الى قائمة جدولة الحدث ويمكننا ان نرى بان جدولة الحدث التالي هي المغادرة مرة اخرى وكما مبين بالمخطط الاتي:

مولد المتغير العشوائي

الحالة	الوقت
6	6.4

قائمة جدول الحدث	
8.0	وصول الزبون التاسع
8.1	مغادرة الزبون السادس

$Z_{23}=1.7$

الان نستطيع ان نسجل وقت النظام للزبون الخامس المعطى بـ 6.4- 0.6=5.8 والنتيجة تخزن في قائمة اوقات النظام، وحيث ان 5.8>D=0.7 ولهذا نجد nN=2 ، نحتاج ان نحدث حساب الزبائن الذين وقت النظام لديهم يزداد عن المسموح به D ولهذا نجد nN=4 اخيرا فان 0.1 اسقطت عندما كان طول صف الانتظار (5) ونجدد $T_{(4)}$ الى 1.0+0.1=1.1

اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	3.0
5	5.8
6	

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.4
$T_{(4)}$	1.1
$T_{(5)}$	1.2

nN=4

الحالة الخامسة عشر

T=8.1 وصول الزبون السادس، هذا هو الحدث الاخير في هذه المحاكاة، حيث انن استخدمنا N=6 مغادرة الزبون (اي خدمة الست زبائن كشرط نهائي)، نضع الوقت=8.1 والحالة =6 اذ ان المغادرة تغيرت من قائمة جدولة الحدث ولم نقم بالتحديث مرة اخرى حيث ان هذه هي نهاية المحاكاة :

نقوم بتسجيل وقت النظام للزبون السادس والاخير، حيث ان وقت وصوله 1.2 ولهذا فان 8.1 – 1.2=6.9 والنتيجة خزنت في قائمة اوقات النظام، وحيث ان D=0.7 <6.9 نحتاج ان نحدث حساب الزبائن الذين وقت النظام لديهم يزداد عن المسموح به D ولهذا نجدد nN=5 اخيرا فان (1.7) اسقطت عندما كان طول صف الانتظار (6) ونجدد $T_{(5)}$ الى 1.2+1.7=2.9

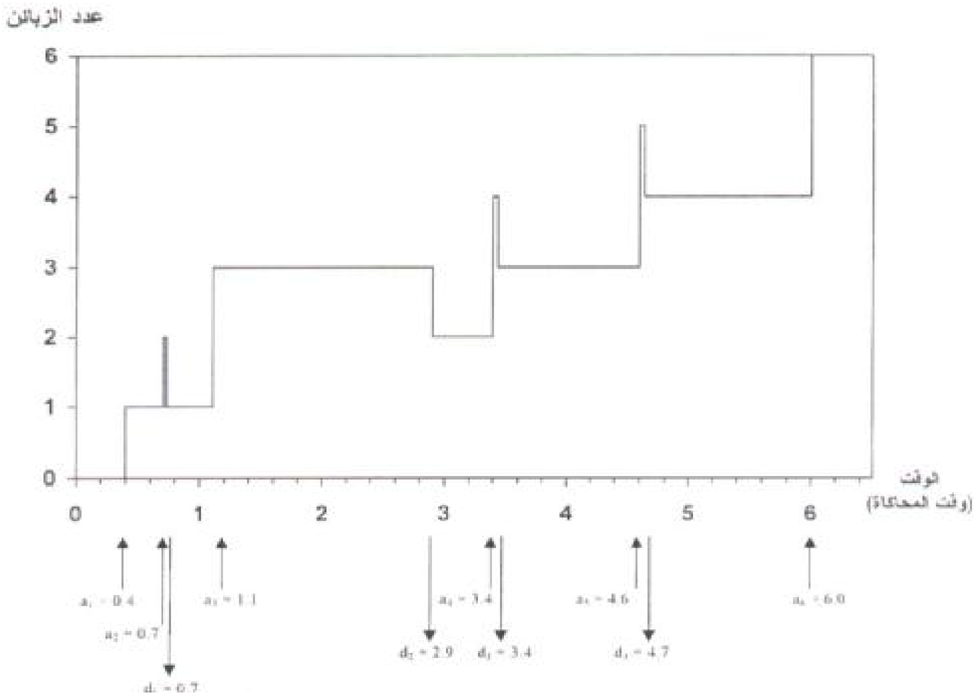
اوقات الوصول	
1	0.4
2	0.7
3	1.1
4	2.8
5	3.4
6	4.6

اوقات النظام	
1	0.3
2	2.6
3	3.0
4	3.0
5	5.8
6	6.9

اوقات اشغال طول صف الانتظار (وقت المحاكاة)	
$T_{(o)}$	0.4
$T_{(1)}$	0.3
$T_{(2)}$	0.4
$T_{(3)}$	1.4
$T_{(4)}$	1.1
$T_{(5)}$	2.9

nN=5

ويبين الشكل (1) حساب وقت المحاكاة



الشكل (1): وقت المحاكاة

وحسبت مقاييس الاداء لاربعة امور هي:

1- معدل وقت النظام المتوقع

باستخدام المعطيات من قائمة اوقات النظام الاخيرة المعادلة (1) والتي هي:

- معدل وقت النظام المتوقع Expected Average System Time

$$\hat{S}_N = \frac{1}{N}\sum_{K=}^{N} S_K$$

$$\hat{S}_6 = \frac{1}{6}[0.4+0.3+0.4+1.4+1.1+2.9]$$

$$= \frac{6.5}{6} = 1.083$$

2- احتمالية بان اوقات النظام للزبون تجاوزت الوقت المسموح به (D=0.7) باستخدام القيمة الاخيرة لــ (nN والمسجلة والمعادلة (2) والتي هي

$$\hat{P}_N^D = \frac{nN}{N}$$

مع (N=6) نحصل على

$$\hat{P}_6^D = \frac{5}{6} = 0.83$$

3- منفعة قناة الخدمة او مقدم الخدمة: معطيات قائمة اوقات اشغال طول صف الانتظار الاخيرة والمعادلة (3) والتي هي

$$\hat{P}_N = 1 - \frac{T_{(o)}}{T_N}$$

$$\hat{P}_6 = 1 - \frac{0.4}{6.5} = 0.9385$$

4- متوسط طول صف الانتظار (L_q) او معدل عدد الزبائن في صف الانتظار باستخدام المعطيات من قائمة اوقات النظام (طول صف الانتظار الاخيرة) والمعادلة (4) والتي هي

$$\hat{Q}_N = \frac{1}{T}\sum_{i=0}^{\infty} iT_{(i)}$$

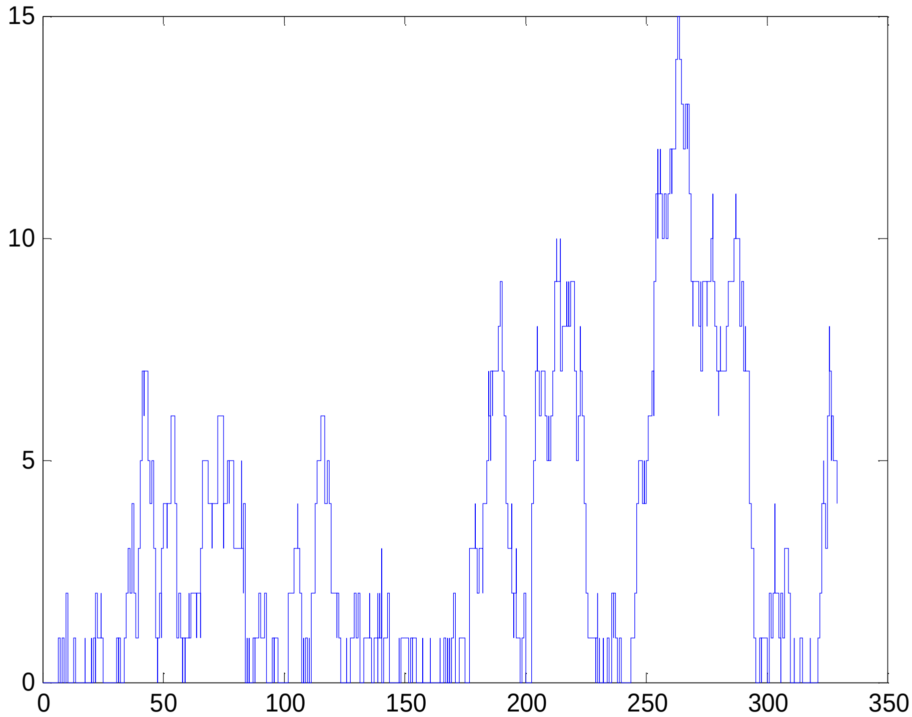
$$\hat{Q}_6 = \frac{1}{6.5}\sum_{i=0}^{\infty} iT_{(i)}$$

$$= \frac{(0*0.4)+(1*0.3)+(2*0.4)+(3*1.4)+(4*1.1)+(5*3.9)}{6.5}$$

=3.785

2- تم تصميم نظام حاسوبي باستخدام برنامج Excel لتوليد اعداد عشوائية واختير التوزيع المنتظم Uniform Distribution كتوزيع لوقت الوصول بمتوسط 2.5 ووقت المغادرة بمتوسط 3.0. يقوم البرنامج بتوليد 20 عدد عشوائي، يكون ادخال وقت الوصول البيني ضمن حقل Data وبناءاً على قيم هذا الحقل يتم حساب طول صف الانتظار كما يتم حساب متوسط طول صف الانتظار. كما في الجدول (2). ومن المعلوم ان أي تغيير في البيانات ضمن برنامج Excel يؤدي الى تغيير تلقائي للنتائج، لذلك يمكن تعميم هذا البرنامج لتوليد اعداد عشوائية لأية بيانات.

3- استخدم البرنامج الجاهز MATLAB (V.7.0) لتصميم برنامج حاسوبي لتوليد الاعداد العشوائية لنموذج صف انتظار ويقوم البرنامج الاول (ملحق 1) بتوليد اعداد عشوائية لصف انتظار M/M/1 وان التوزيع الاحتمالي لوقت الوصول ولوقت الخدمة يتبع توزيع بواسون. وتم توليد 500 عدد عشوائي والشكل (2) يبين الاعداد العشوائية المولدة كما يوضح الجدول (2) نتائج وقت المحاكاة.



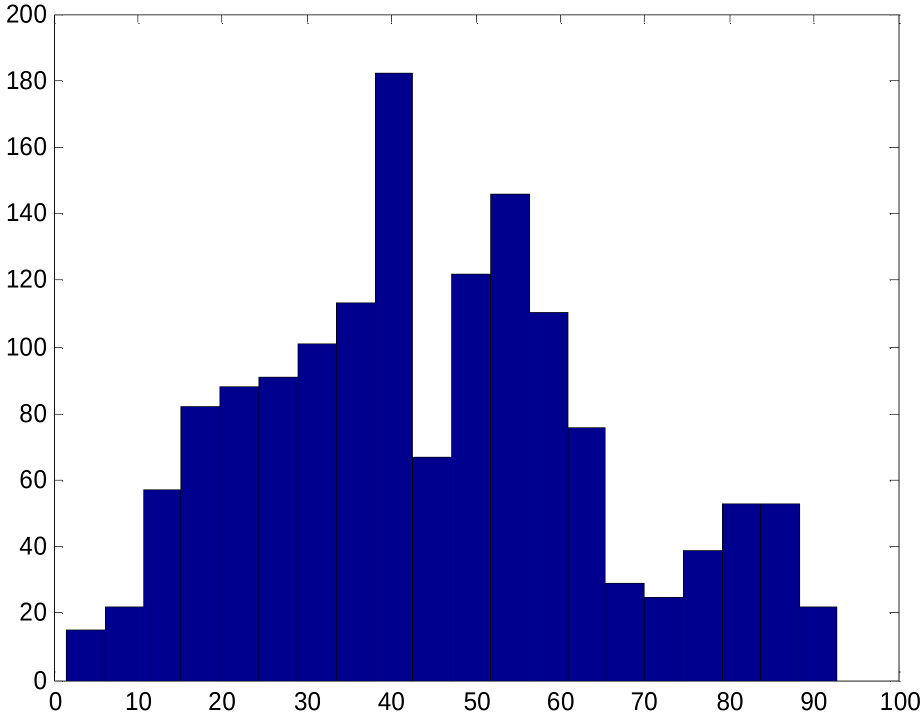
الشكل (2) : الاعداد المولدة لنموذج صف انتظار M/M/1

الجدول (2) نتائج المحاكاة

معدل وقت النظام المتوقع	5.00
احتمالية بان اوقات النظام للزبون تجاوزت الوقت المسموح به	8
منفعة قناة الخدمة	13
	0 0.0212 0.0688 0.1507 0.2831 0.4757 0.6055 0.6254 0.6300 0.6324 0.6374 0.6741 1.0000

4- صممت مجموعة من البرامج الحاسوبية وبنظام MATLAB ايضا لتوليد الاعداد العشوائية لصف انتظار متعدد (ملحق 3) بتوليد اعداد عشوائية لنموذج صف انتظار M/G/C

كما تم تصميم برنامج لتوليد اعداد عشوائية لصف انتظار M/G/1 وتوزيع احتمالي لوقت الوصول هو توزيع بواسون، والتوزيع الاحتمالي لزمن الخدمة هو التوزيع المنتظم uniform (ملحق 2) ، وتوليد (1500) عدد عشوائي والشكل (3)) يبين الاعداد العشوائية المولدة ويوضح الجدول (3) نتائج وقت المحاكاة.



الشكل (4) : نتائج التوليد لصف انتظار M/G/1

الجدول (3) نتائج المحاكاة

معدل وقت النظام المتوقع	5
احتمالية بان اوقات النظام للزبون تجاوزت الوقت المسموح به	4
منفعة قناة الخدمة	15
	0 0.0736 0.0867 0.1771 0.2562 0.3150 0.4575 0.5755 0.6050 0.6397 0.6468 0.6815 0.8607 0.9186 1.0000

التوصيات

1- يمكن محاكاة انظمة حوادث متقطعة اخرى بنفس الطريقة المتبعة في البحث على نظم صفوف الانتظار.
2- استخدام الجانب التجريبي في هذا البحث لمحاكاة انظمة الحوادث المستمرة.
3- اعطاء الجانب التجريبي (الجدولة) كطريقة يدوية للمحاكاة في المناهج الدراسية للطلبة.

المصادر

العبيدي، عدي عبدالرحمن (2000). "خوارزمية بزن وشبكات صفوف الانتظار المغلقة مع التطبيق على نظام صيانة السيارات في شركة توزيع المنتجات النفطية بالموصل". رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل.

الشمري، حامد سعد نور والزبيدي، علي خليل. (2007). "مدخل الى بحوث العمليات"، دار المجدلاوي،عمان.

النعيمي، محمد عبدالعال : الحمداني، رفاه فاضل والحمداني، احمد شهاب. (1999). "مقدمة في بحوث العمليات. الطبعة الاولى، دار وائل للطباعة والنشر، عمان.

علم الدين، عماد حسام الدين(1999). "مقارنة تجريبية تبين نماذج الاضافة الثابتة والاضافة المتغيرة للزمن لبعض انظمة صفوف الانتظار". رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

Christor, G. C. (1993). "Discrete Event System; Modeling and Performance Analysis". R. R. Donnelley and sons, USA.

Taha, H. A. (2007). "Operations Research and Introduction", 5^{th} ed. Simon and Schaster Asiaptelted, Singapore.

Winston, W. L., (1994). "Operations Research Applications and Algorithm". R.R. Donnelly and sons, USA.

الملحق (1) : برنامج توليد اعداد عشوائية لصف انتظار M/M/1

```
function [tjump, systsize] = simmm1(n, lambda, mu)
% SIMMM1 simulate a M/M/1 queueing system. Poisson arrivals of
% intensity lambda. Poisson service times S of intensity mu.
%
% [tjump, systsize] = simmm1(n, lambda, mu)
%
% Inputs: n - number of jumps
%         lambda - arrival intensity
%         mu - intensity of the service times
%
% Outputs: tjump - cumulative jump times
%          systsize - system size

  if (nargin==0)
    n=500;
    lambda=0.8;
    mu=1;
  end

  i=0;      %initial value, start on level i
  tjump(1)=0;  %start at time 0
  systsize(1)=i;  %at time 0: level i

  for k=2:n
     if i==0
       mutemp=0;
     else
       mutemp=mu;
     end

     time=-log(rand)/(lambda+mutemp);    % Inter-step times:
                                         % Exp(lambda+mu)-distributed
     if rand<lambda/(lambda+mutemp)
       i=i+1;      %jump up: a customer arrives
     else
       i=i-1;      %jump down: a customer is departing
     end           %if

     systsize(k)=i;      %system size at time i
     tjump(k)=time;
  end              %for i

  tjump=cumsum(tjump);    %cumulative jump times
     stairs(tjump,systsize);
```

الملحق (2) : برنامج توليد اعداد عشوائية لمحاكاة نظام صف انتظار M/G/1

```
function [jumptimes, systsize, systtime] = simmg1(tmax, lambda)
% SIMMG1 simulate a M/G/1 queueing system. Poisson arrivals
% of intensity lambda, uniform service times.
%
% [jumptimes, systsize, systtime] = simmd1(tmax, lambda)
%
% Inputs: tmax - simulation interval
%         lambda - arrival intensity
%
% Outputs: jumptimes - time points of arrivals or departures
%          systsize - system size in M/G/1 queue
%          systtime - system times

if (nargin==0)
  tmax=1500;                 % simulation interval
  lambda=0.99;                % arrival intensity
end

arrtime=-log(rand)/lambda;  % Poisson arrivals
i=1;
  while (min(arrtime(i,:))<=tmax)
    arrtime = [arrtime; arrtime(i, :)-log(rand)/lambda];
    i=i+1;
  end
n=length(arrtime);           % arrival times t_1,...,t_n

servtime=2.*rand(1,n);          % service times s_1,...,s_k
cumservtime=cumsum(servtime);

arrsubtr=arrtime-[0 cumservtime(:,1:n-1)]';           % t_k-(k-1)
arrmatrix=arrsubtr*ones(1,n);
deptime=cumservtime+max(triu(arrmatrix));  % departure times
                                         % u_k=k+max(t_1,..,t_k-k+1)

% Output is system size process N and system waiting
% times W.
B=[ones(n,1) arrtime ; -ones(n,1) deptime'];
Bsort=sortrows(B,2);                 % sort jumps in order
jumps=Bsort(:,1);
jumptimes=[0;Bsort(:,2)];
systsize=[0;cumsum(jumps)];          % size of M/G/1 queue
systtime=deptime-arrtime';            % system times

figure(1)
stairs(jumptimes,systsize);
xmax=max(systsize)+5;
axis([0 tmax 0 xmax]);
grid

figure(2)
hist(systtime,20);
```

الملحق (3) : برنامج لتوليد صف انتظار M/G/C

```
function [jumptimes, systsize] = simmginfty(tmax, lambda)
% SIMMGINFTY simulate a M/G/infinity queueing system. Arrivals are
% a homogeneous Poisson process of intensity lambda. Service times
% Pareto distributed.
%
% [jumptimes, systsize] = simmginfty(tmax, lambda)
% Inputs: tmax - simulation interval
%         lambda - arrival intensity
% Outputs: jumptimes - times of state changes in the system
%      systsize - number of customers in system
%       a much more optimal method to generate Poisson arrivals
   % set default parameter values if ommited
  if (nargin==0)
    tmax=1500;
    lambda=1;
  end
   % generate Poisson arrivals
   npoints = poissrnd(lambda*tmax);
   % conditioned that number of points is N,
  % the points are uniformly distributed
  if (npoints>0)
    arrt = sort(rand(npoints, 1)*tmax);
  else
    arrt = [];
  end
 % uncomment if not available POISSONRND
% generate Poisson arrivals
% arrt=-log(rand)/lambda;
% i=1;
%   while (min(arrt(i,:))<=tmax)
%     arrt = [arrt; arrt(i, :)-log(rand)/lambda];
%     i=i+1;
%   end
% npoints=length(arrt);        % arrival times t_1,...,t_n

%  servt=50.*rand(n,1);          % uniform service times s_1,...,s_k
   alpha = 1.5;                   % Pareto service times
  servt = rand^(-1/(alpha-1))-1; % stationary renewal process
  servt = [servt; rand(npoints-1,1).^(-1/alpha)-1];
  servt = 10.*servt;             % arbitrary choice of mean
   dept = arrt+servt;            % departure times
   % Output is system size process N.
  B = [ones(npoints, 1) arrt; -ones(npoints, 1) dept];
  Bsort = sortrows(B, 2);                 % sort jumps in order
  jumps = Bsort(:, 1);
  jumptimes = [0; Bsort(:, 2)];
  systsize = [0; cumsum(jumps)];      %M/G/infinity system size process
   stairs(jumptimes, systsize);
  xmax = max(systsize)+5;
  axis([0 tmax 0 xmax]);
  grid
```

الجدول (2): توليد اعداد عشوائية للتوزيع المنتظم

Arrival Distribution - Uniform with mean 2.5 on 1,2,3,4																				
Departure Distribution - Uniform with mean 3 on 2,3,4																				
Arrival Lookup Table			Departure Lookup Table																	
0	1		0	2																
0,25	2		0,333333	3																
0,5	3		0,666667	4																
0,75	4																			
Time Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Random #	0,313	0,637	0,091	0,760	0,438	0,501	0,359	0,720	0,901	0,550	0,033	0,942	0,811	0,348	0,835	0,024	0,665	0,848	0,746	0,613
Random #	0,275	0,734	0,970	0,717	0,146	0,020	0,221	0,685	0,214	0,568	0,486	0,565	0,605	0,294	0,191	0,477	0,976	0,792	0,230	0,210
Arrivals	2	3	1	4	2	3	2	3	4	3	1	4	4	2	4	1	3	4	3	3
Departures	2	4	4	4	2	2	2	4	2	3	3	3	3	2	2	3	4	4	2	2
Queue Length	0	0	0	0	0	1	1	0	2	2	0	1	2	2	4	2	1	1	2	3
Mean Length	0	0	0	0	0	0,16	0,285	0,25	0,444	0,6	0,545	0,583	0,692	0,785	1	1,062	1,058	1,055	1,105	1,2
End Mean Len	1,2																			
Mean Wait Time	0,48																			
Max Length	4																			
Data	1,05	2,1	0,9	0,1	0,6	0,55	0,45	0,65	1,35	0,5										
	0,45	0,4	1,15	0,15	0,45	0,85	0,6	1,6	0,85	0,2										
	ave		0,7475																	