حول التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي
بتوفر معلومات مسبقة عشوائية

د. هيفاء عبد الجواد سعيد   أحمد نزيه عبد الله الخطيب

كلية علوم الحاسوب والرياضيات / قسم الإحصاء والمعلوماتية / جامعة الموصل

المستخلص:

تم في هذا البحث إيجاد التوزيع الاحتمالي لمقدر عامل الحرف العشوائي $\hat{k}$ في انحدار الحرف الذي تم تحسينه بإضافة معلومات مسبقة إلى معلومات العينة، تمثلت تلك المعلومات بمعلومات عن معلمات أنموذج الانحدار الخطي المتعدد بهيئة أنموذج خطي مختلط يدمج بين المعلومات الثابتة والعشوائية.

Around the Probability Distribution of The Estimated Random Ridge Factor with Stochastic Prior Information

Dr. Hayfa Abdul Jawad Saieed   Ahmad Nazih Abdullah Al-khateb

Summary

In this paper, The probability distribution of the estimated stochastic ridge factor has been found, Which has been developed by adding prior information to the sample information. These information has been represented by the information about the parameters of multiple linear regression model which are in the form of mixed linear model which contains the fixed and stochastic information.

(1) المقدمة:

تُعد طريقة انحدار الحرف إحدى الطرائق المتحيزة في تقدير معلمات الانحدار وقد تم تطوير هذه الطريقة بإضافة معلومات مسبقة إليها، إذ تطورت هذه المعلومات من معلومات ثابتة بهيئة قيود خطية أو متجهات غير عشوائية إلى قيود عشوائية ثم قيود مختلطة تجمع بين القيود الثابتة والعشوائية، ويساعد استخدام المعلومات المسبقة في تحليل الانحدار على تحسين مقدرات معلمات الانحدار، وتبقى مشكلة واحدة في انحدار الحرف وهي كيفية اختيار الحد الثابت الذي يدعى بعامل الحرف (Ridge Factor)، ويتم اختياره على وفق مبدأ يستند على جعل القيمة المتوقعة لدالة الخسارة التربيعية (Quadratic Loss Function) أقل ما يمكن، وهذا المبدأ لا يتغير سواء كانت المعلومات متمثلة بمعلومات العينة أو المعلومات المسبقة الثابتة أو العشوائية أو المختلطة عن معلمات الانحدار.

تم تطوير مقدر عامل الحرف بإضافة معلومات مسبقة إليه والتي بدأت على يد العالم Swindel(1976) الذي اثبت أن استخدام المعلومات المسبقة في تحليل الانحدار يزيد كفاءة تقدير معلمات الانحدار، ولكي تكون المقدرات جيدة يستوجب الأمر استخدام المعلومات

المسبقة الصحيحة في عملية التقدير، وتلك المعلومات تحسن نوعية المقدرات التي نحصل عليها، وبصورة عامة يتُم تقدير معلمات الانحدار باستخدام معلومات العينة، مع ذلك فإنه في العديد من التجارب العملية، يستخدم الباحث بعض المعلومات المسبقة لتقدير المعلمات، وان الهدف من إضافة المعلومات المسبقة هو تصغير مقدار التحيز الناتج من طريقة انحدار الحرف الاعتيادي، والمعلومات المُسبقة يُمكن أن تتوفر بأشكال مختلفة من مصادر مختلفة مثل نظرية اقتصادية أو تجارب الماضي أو الخبرة الشخصية. إن توفر المعلومات المسبقة يمكن التعبير عنها في بعض الأحيان بشكل ثابت أو عشوائي أو قيود متباينة، ولكل شكل من هذه المعلومات خصائصه، ودرجة دقته، والحصول على أفضل قيمة لعامل الحرف الذي بدوره يؤدي إلى الحصول على أفضل تقديرات لمعلمات الانحدار في نموذج الانحدار (الخطيب (2010)).

فقد اقترح Crouse etal. (1995) إضافة معلومات مسبقة عن معلمات نموذج الانحدار على شكل متجه ثابت إلى نموذج انحدار الحرف الاعتيادي، وقد تم تقدير عامل الحرف (k) الخاص بنموذج Hoerl and Kennard(1970) ، وكانت المعلومات المسبقة التي استخدماها بأشكال مختلفة تتضمن دالة وصفية أو معلومات عينة مسبقة أو معلومات تجريبية.

واستنتج Firingwtti and Rubio (2002) التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي المتقلص لثلاث مقدرات معروفة لانحدار الحرف تعتمد على معلومات العينة فقط، وهي مقدر عامل الحرف الخاص بكل من Hoerl and Kennard (1970) $\hat{K}_{HK}$، ومقدر عامل الحرف Hoerl etal. (1975).

واستنتج كل من سعيد والقصاب (2008) التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف ومتجه المعلمات $\underline{\hat{\beta}}$ المقدر بطريقة Hoerl and Kennrd (1970) وبتوفر معلومات العينة فقط، وقد سهل كتابة المعلمة المقدرة على شكل المقدر المتقلص في عملية استنتاج تلك التوزيعات الاحتمالية.

تركز اهتمامنا في هذا البحث على ايجاد التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي بتوفر معلومات مُسبقة مختلطة حول معلمات الانحدار، لذلك تناول المبحث الثاني وصفاً لانموذج الانحدار، وتضمن المبحث الثالث وصفا لانموذج المعلومات المسبقة المختلطة مع المقدر الامثل لعامل الحرف واشتمل المبحث الرابع بالبحث عن التمزيع الاحتمالي والدالة التجميعية لعامل الحرف المقدر.

(2) وصف النموذج ومقدرات معلماته:

نعلم أن نموذج الانحدار الخطي العام يأخذ الشكل الاتي:

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \qquad ...(1)$$

حيث أن:

$\underline{Y}$ متجه عشوائي ذو سعة (n) يمثـل متجـه مشـاهدات متغيـر الاسـتجابة (Response variable)، وتُمثل n عدد المشاهدات.

X مصـفوفة مشـاهدات المتغيـرات التوضـيحية (Explanatory variables) ذات سعة $(n*p)$، ويُمثل p عدد المُتغيرات التوضيحية.

β متجه معلمات نموذج الانحدار ذا سعة (p).

ويُمثل $\underline{\varepsilon}$ مُتجه الأخطاء العشوائية ذا سعة (n). إن مُتجه الأخطاء العشوائية يتبِـع التوزيـع الطبيعي المُتعدد بِمُتجِه صفري ومصفوفة تبايُن $\sigma^2 I$، حيثُ أن σ^2 هو ثابـت غيـر معلـوم يُمكِن تقديرهُ مِن بيانات العينة بإحدى طرائق التقدير، ويُمكِن التعبير عن توزيعـه الاحتمـالي وصفياً كما يأتي:

$$\underline{\varepsilon} \sim N_n(\underline{0}, \sigma^2 I) \qquad ...(2)$$

(3) انموذج المعلومات المسبقة المختلطة ومقدر عامل الحـرف الأمثـل والتوزيـع الاحتمالي لكل من $\underline{\hat{\delta}}$ $\underline{\hat{\delta}}'$ و $\hat{\sigma}^2$:

في العديد من التطبيقات يُصبح انموذج المعلومات المسبقة العشوائية غير مُلائم، يعبر عن التحيز المنتظم الذي ينتج من عدم التأكد في تلك المعلومات، الذي يظهـر مـن مصـادر مُختلفة تعود لأسباب مُتنوعة مثل الحكم الشخصي للباحث المُشترك في التجربة أو في اختبـار الفرضيات العامة في النموذج الخطي عندما تُرفض فرضية العدم أو في حالة القـيم المفقـودة عند التعامُل مع أُسلوب الانحدار، لهذا تم تطوير المعلومات المُسبقة عن طريق دمج (معلومات مُسبقة ثابتة مع معلومات مُسبقة عشوائية)، ويأخذ هذا النموذج الصورة التالية:

$$\underline{r} = R\underline{\beta} + \underline{\delta} + \underline{v} \qquad ...(3)$$

حيث أن $\underline{r}$ مُتجه عشوائي ذي سعة (J)، و R مصفوفة ذات عناصـر معلومـة ذات سـعة $(J*p)$، $\underline{\delta}$ متجه ثابت ذو سعة (J)، وهو مُتجه غير عشوائي و $\underline{v}$ هـو مُتجـه الأخطـاء العشوائية ذو سعة (J) ويتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط صـفري ومصـفوفة تبـايُن وتبـايُن مُشترك $\sigma^2 I$، والذي يعبر عنه وصفياً كالآتي:

$$\underline{v} \sim N_J(\underline{0}, \sigma^2 I) \qquad ...(4)$$

بعد دمج المعلومات المسبقة المعبر عنها بالنموذج (3) مع نموذج الانحدار العام نحصل على دالة الهدف التالية:

$$Q = (\underline{Y} - X\underline{\beta})'(\underline{Y} - X\underline{\beta}) + k(\underline{r} - R\underline{\beta})'(\underline{r} - R\underline{\beta}) \qquad ...(5)$$

وبعد الاشتقاق الجزئي بالنسبة إلى β ومساواة المشتقة بالصفر وحلها نحصل على مقدر معلمات الانحدار التالي:

$$\hat{\underline{\beta}}_M = (X'X + kR'R)^{-1}(X'\underline{Y} + kR'\underline{r}) \qquad ...(6)$$

حيثُ أن $\hat{\underline{\beta}}_M$ يمثل مُقدر لمتجه معلمات الانحدار بوجود معلومات مسبقة مختلطة، وان مصفوفة ثابت متوسط مربعات الخطأ للمقدر $\hat{\underline{\beta}}_M$ هو (Heumman and Shalabh, (2007)):

$$SMSE(\hat{\underline{\beta}}_M) = \sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{\lambda_j}{(\lambda_j + k)^2} + k^2\sigma^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{(\lambda_j + k)^2} + k^2 \sum_{j=1}^{p} \frac{\underline{\delta}'\underline{\delta}}{(\lambda_j + k)^2} \qquad ...(7)$$

ولغرض الحُصول على القيمة المثلى لعامل الحرف k الذي يجعل ثابت متوسط مربعات الخطأ أقل ما يمكن، يتم اشتقاق المعادلة (7) نسبة إلى k ومساواة المشتقة بالصفر وحلها، نحصل على قيمة عامل الحرف المثلى وهي (Heumman and Shalabh, (2007)):

$$k = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + \underline{\delta}'\underline{\delta}} \qquad ...(8)$$

بالعودة إلى الأنموذج (3 بافتراض أن $R = I_p$ فإن النموذج (3) سيكون كما يأتي:

$$\underline{r} = \underline{\beta} + \underline{\delta} + \underline{v} \qquad ...(9)$$

إن المقدر لـــ δ هو $\hat{\delta}$ ويوصف توزيعه بالاتي:

$$\hat{\underline{\delta}} \sim N_p(\underline{\delta}, \sigma^2 V) \qquad ...(10)$$

حيث أن:

$$V = I_p + (X'X)^{-1}$$

(4) التوزيع الاحتمالي والدالة التجميعية لعامل الحرف العشوائي:

يمكن التعويض عن σ^2 في المعادلة (8) بمقدر المربعات الصغرى لـــ σ^2 وهو $\hat{\sigma}^2$ لذلك فان عامل الحرف الأمثل المعرف في (8) يصبح بالشكل الآتي:

$$\hat{k} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2 + \hat{\delta}'\hat{\delta}} \qquad ...(8-a)$$

وبذلك يصبح عامل الحرف $\hat{k}$ متغيراً عشوائياً.

تم فحص مكونات مقدر عامل الحرف العشوائي المعرف في المعادلة (8-a) ولــوحظ وجود صعوبة كبيرة في إيجاد التوزيع الاحتمالي لهذا المقدر وتكمن الصعوبة في الحــد $\underline{\hat{\delta}}' \underline{\hat{\delta}}$ الموجود في مقام المعادلة (8-a)، وبسبب صعوبة معرفة خصائص المقدر $\hat{k}$ المعــرف فــي المعادلة (8-a) فقد تم استبدال هذا المقدر بمقدر آخر هو $\hat{k}^*$ والذي يأخذ الشكل الآتي(الخطيب (2010)):

$$\hat{k}^* = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2 + \hat{\delta}' V^{-1} \hat{\delta}} \qquad \dots(11)$$

علماً أن:

$$V = I_p + (X'X)^{-1}$$

إن الدالة المولدة لعزوم المتغير العشوائي $W_1 = \hat{\delta}' V^{-1} \hat{\delta}$ هي:

$$\mu_{W_1}(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}' \underline{\tau}}{2}\right)^r e^{\frac{-\underline{\tau}' \underline{\tau}}{2}}}{r!(1-2t)^{\frac{p}{2}}} \qquad \dots(12)$$

علما ان $\tau = \frac{V^{-\left(\frac{1}{2}\right)}}{\sigma} \underline{\delta}$

ان المعادلة (12) تُمثل الدالة المولدة لعزوم توزيع مُربع كــاي اللامركــزي (Non-central chi-square) بدرجة حرية p ومعلمة لامركزية $\underline{\tau}' \underline{\tau}$، وبذلك فإن دالة كثافة احتمال المُتغير العشوائي W_1 تكون كما يأتي (الخطيب (2010)):

$$f(W_1) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}' \underline{\tau}}{2}\right)^r e^{\frac{-\underline{\tau}' \underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)} W_1^{\frac{p}{2}+r-1} e^{-\frac{W_1}{2}} \qquad 0 < W_1 < \infty \qquad \dots(13)$$

ويُعبر عنهُ وصفياً كالآتي:

$$W_1 \sim \chi_p^2(\underline{\tau}' \underline{\tau}) \qquad \dots(14)$$

من جهة أخرى نعلم أن $W_2 = \frac{(n-p)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ تتوزع توزيع مربع كاي المركزي بدرجة حرية مقدارها $n-p$، ودالة كثافة احتمال W_2 هي:

$$f(W_2) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-p}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} W_2^{\frac{n-p}{2}-1} e^{-\frac{W_2}{2}} \qquad \dots \quad (15)$$

طالما أن $\hat{\delta}$ مستقل عن $\hat{\sigma}^2$ فان التوزيع الاحتمالي المشترك لكل من W_1 و W_2 فان يمكـــن إيجاده على وفق المعادلة الآتية:

$$f(W_1, W_2) = f(W_1) * f(W_2) \qquad \ldots \quad (16)$$

وبالتعويض عن دالة كثافة احتمال W_1 و W_2 المعبر عنهما بالمعـــادلتين (13) و (15) علـــى التوالي، نحصل على دالة كثافة الاحتمال المشتركة لكل من المتغيرين W_1 و W_2:

$$f(W_1, W_2) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{-\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{2}+r} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-p}{2}}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right) \Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} W_1^{\frac{p}{2}+r-1} W_2^{\frac{n-p}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}(W_1+W_2)} \qquad \ldots (18)$$

نعرف متغير عشوائي آخر W_3 حيثُ أن:

$$W_3 = \frac{W_1 / p}{W_2 / (n-p)} \qquad \ldots \quad (19)$$

حيث أن W_3 معرفة ضمن الفضاء $0 < W_3 < \infty$.

نعرف متغير عشوائي آخر W_4 بحيث أن:

$$W_4 = W_2$$

وباستخدام أسلوب التحويلات (Transformation Technique)، فان دالة كثافـــة الاحتمـــال المشتركة للمتغيرين العشوائيين W_3 و W_4 تكون كالآتي:

$$f(W_3, W_4) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{-\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right) \Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} \left(\frac{p}{n-p} W_3 W_4\right)$$

$$W_4^{\frac{(n-p)}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{p}{(n-p)} W_3 W_4 + W_4\right)} \frac{p}{(n-p)} W_4 \qquad \ldots \quad (20)$$

أما دالة كثافة الاحتمال الهامشية للمتغير W_3 تأخذ الصيغة التالية:

$$f(W_3) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}\right)^r e^{-\frac{\underline{\tau}'\underline{\tau}}{2}}}{r!} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}+r}}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right) \Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} \left(\frac{p}{(n-p)}\right)^{\frac{p}{2}+r} \frac{W_3^{\frac{p}{2}+r-1}}{\left(1+\frac{p}{(n-p)} W_3\right)^{\frac{n}{2}+r}} \qquad \ldots (21)$$

و أن W_3 مُعرف ضمن الفضاء $0 < W_3 < \infty$، وبهذا فان W_3 يتوزع توزيـــع F اللامركـــزي

بدرجتي حُرية p و $n-p$ ومعلمة لامركزية مقدارُها $\frac{\tau'\tau}{2}$ والذي يُعبر عنهُ وصفياً بالشكل الآتي:

$$W_3 \sim F_{\left(p,(n-p),\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)\right)}$$

باستخدام أسلوب التحويلات وإجراء بعض العمليات الجبرية على المعادلة (21) نحصل على الشكل النهائي لدالة كثافة احتمال مُقدر عامل الحرف $\hat{k}$ والمُعبر عنه بالصيغة الآتية (الخطيب(2010)):

$$f(\hat{k}) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^r}{r!} e^{-\frac{\tau'\tau}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} (n-p)^{\frac{n-p}{2}} \frac{(1-\hat{k})^{\frac{p}{2}+r-1}(\hat{k})^{\frac{n-p}{2}-1}}{(1+(n-p-1)\hat{k})^{\frac{n}{2}+r}} \quad ...(22)$$

حيثً أن $0<\hat{k}<1$، يُعتبر التوزيع الاحتمالي الذي أخذ المُعادلة (22) من التوزيعات الاحتمالية غير الشائعة وبدرجتي حُرية مقدارُها p و $n-p$ وبمعلمة لامركزية $\frac{\tau'\tau}{2}$. وأثبت الخطيب (2010) أن إجمالي المساحة تحت المنحنى للدالة $f(\hat{k})$ مُساوية للواحد الصحيح الذي يدُل على أن $f(\hat{k})$ هي دالة كثافة احتمال، وأستخرج أيضاً الخطيب (2010) الدالة التجميعية لدالة كثافة احتمال $\hat{k}$ وكون جداول لقيم $\hat{k}$ التي تجعل المساحة تحت منحنى الدالة مساوية لـــ α ولمزيد من التفاصيل أنظر الخطيب (2010).

تم إيجاد دالة الاحتمال التراكُمي (الدالة التجميعية) لِمُقدر عامل الحرف $\hat{k}$ يُرمز لها بالرمز $F(\hat{k})$، حيثُ أن الاحتمال التراكُمي هو قيمة الاحتمال المتراكم لغاية قيمة مُعطاة من قيم المُتغير العشوائي $\hat{k}$ ولتكن k_0 المُعرف ضمن الفضاء $0<\hat{k}<1$، إذ أخذ الاحتمال التراكُمي لمقدر عامل الحرف العشوائي الصيغة التالية:

$$F(\hat{k}) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\tau'\tau}{2}\right)^r}{r!} e^{-\frac{\tau'\tau}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}+r\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}+r\right)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} \beta_{\hat{k}}\left(\frac{p}{2}+r, \frac{(n-p)}{2}\right) \quad ...(23)$$

إن قيمة الاحتمال المتُراكم أعلاه المُعرف في المُعادلة (23) يعتمد على المعلمة اللامركزية $\frac{\tau'\tau}{2}$ وعدد المُشاهدات n وعدد المُتغيرات التوضيحية p، وتم ايجاد القيم الجدولية

لعامل الحرف $\hat{k}$ عند مستوى احتمال α باستخدام البرمجية الجاهزة Matlab وكذلك برنامج الـــMaple13، فمثلا في حالة كون $n=10$، $p=2,3,\ldots,8$ و $\lambda=\frac{\tau'\tau}{2}=0.1$ عندما يكـــون الاحتمال المتراكم يأخذ القيم 0.1، 0.5، 0.01 و 0.05 وكالاتي:

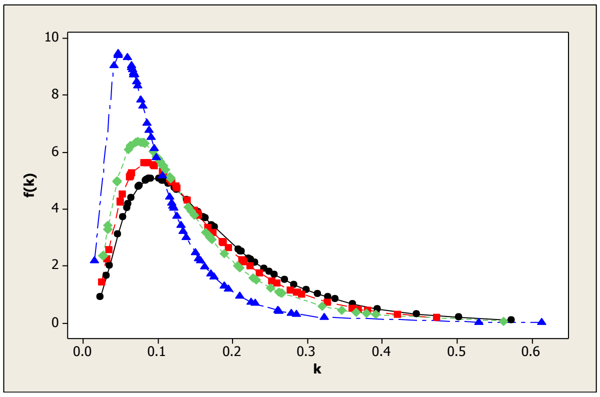
الجدول (1)

القيم الجدولي ة لعامل الحرف

n \ P	λ	2	3	4	5	6	7	8
10	0.01	0.97824207	0.90367457	0.78339178	0.70176417	0.59593952	0.5711960	0.5132754
	0.05	0.89759645	0.75105390	0.59447566	0.52275957	0.42228863	0.4126619	0.3522015
	0.1	0.80912984	0.64156387	0.48818643	0.20923747	0.33900126	0.3366419	0.2751513
	0.5	0.37460858	0.28067346	0.20170800	0.18996894	0.13187138	0.1457315	0.0844936

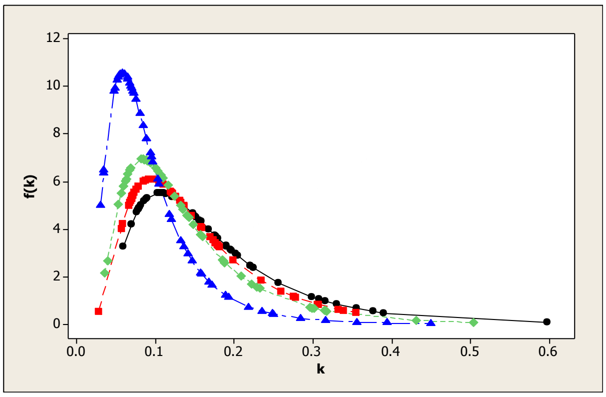
يلاحظ من الجدول اعلاه ان القيمة الجدولية لعامل الحرف تقل قيمتها كلما ازداد عـــدد المتغيرات التوضيحية، ولمزيد من التفاصيل حول القيم الجدولية لمقدر عامل الحرف (انظـــر الخطيب (2010))، وقد تم أيضا رسم دالـــة كثافـــة الاحتمـــال باســـتخدام البرمجية الجاهزة Minitab14.0 وذلك بعد توليد مشاهدات تجريبيـــة من التوزيـع الاحتمالي لـ $\hat{k}$ ، وطالما أن التوزيع الاحتمالي لـ $\hat{k}$ يعتمد على المعلمة اللامركزية λ، درجـة حريـة البسط p ودرجـة حريـة المقام $n-p$، وعلـى هـذا الأسـاس فقد تـم تحديد قيم مختلفـة لــ p التـي تمثل عـدد المتغيـرات التوضيحية في أنموذج الانحدار وقيم لـ n و λ، فمثلا في حالة كون $m=50$ (حيث أن m تمثل حجم العينة) و $n=15,25$ و $p=6$ ، فان منحنى الدالة $f(\hat{k})$ يأخذ الشكل التالي:

الشكل (1)



منحنى دالة كثافة احتمال $f(\hat{k})$ عندما $p=6$ ، $n=15$ و $m=50$

الشكل (2)



منحنى دالة كثافة احتمال $f(\hat{k})$ عندما $p=6$ ، $n=25$ و $m=50$

حيث ان كل من الشكلين (1) و (2) يمثلان دالـة كثافة احتمال $\hat{k}$، وأن —●— تمثل قيمـة المعلمـة اللامركـزي عنـدما $\lambda=0.1$ و —■— عنـدما $\lambda=0.5$ و -◆- عنـدما $\lambda=1$ ويمثـل -▲- عندما $\lambda=3$.

(5) الاستنتاجات:

من خلال هذا البحث تم التوصل الى مجموعة من الاستنتاجات يمكن إجمالها بالنقاط الآتية:

1- التوزيع الاحتمالي لمقدر عامل الحرف العشوائي من التوزيعات الاحتمالية غير الشـــائعة، ومعلمات هذا التوزيع هي p ، $n-p$ والمعلمة اللامركزية λ .

2- من خلال رسم الدالة التوزيعية في الجانب التجريبي تبين أن هذا التوزيع غير متماثل وهو ذو التواء موجب.

3- لوحظ بعد رسم دالة كثافة احتمال $\hat{k}$ أن المعلمة اللامركزية λ هي المسؤولة عن شـــكل المنحني.

(6) التوصيات:

1- دراسة التوزيع التقريبي لــ $\hat{k}$ عندما n تكون كبيرة، لأن هذه الدراسة تسهل عملية ايجاد الاحتمال المتراكم لقيمة معطاة k_0 عندما تكون $n>30$.

2-البحث عن التوزيع الاحتمالي للمقدر المختلط $\underline{\hat{\beta}}_M$ بتوفر المعلومات المسبقة التـــي ســـبق تعريفها في المعادلة (6).

(7) المصادر

1. الخطيب، أحمد نزيه، (2010)،**"دراسة التوزيع الاحتمالي لعامل الحرف العشوائي بتوفير معلومات مسبقة عشوائية"** رسالة ماجستير، غير منشورة، علوم الحاسوب والرياضـــيات، جامعة الموصل.
2. القصاب، موفق محمد وسعيد، هيفاء عبد الجواد، **(2008)**، "**التوزيع الاحتمـــالي لمقـــدر عامل انحدار الحرف المتحيز**"، مجلة الرافدين، المجلد 8، العدد 14، ص (43-55).
3. Crouse, Robert H., Jin, Chun and Hanumara, R.C.; (1995), "**Unbiased Ridge Estimation With Prior Information and Ridge Trace**" , Commun. Statistics, 24(9), p.p. 2341-2354.
4. Firinguetti, L. and Rubio, H. (2002), "**The Distribution of Stochastic Shrinkage Parameters in Ridge Regression**", Communications in Statistics-Simulation and Computation, 31, P.P.1531-1547.
5. Hoerl, A.E. and Kennard, R.W.; (1970a), "**Ridge Regression: Biased Estimation For Nonorthogonal Problems**", Technometrics , 12, P.P. 55-83.

6. Hoerl, A.E. and Kennard, R.W.; (1970b), "**Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems**", Technometrics , 12, P.P. 69-82.
7. Heumman and Shalabh, (2007), **"Weighted Mixed Regression Estimation Under Biased Stochastic Restrictions"**, Springer, P.P. 401-416.
8. Swindel, B. (1976). "**Good Ridge Estimators Based on Prior Information**", Commum. Statist. 5, P.P.1065-75.